

El acuerdo (acorde) social en Platón

César González Ochoa

Universidad Nacional Autónoma de México

Reflexionar acerca de la sociedad es preguntarse necesariamente cómo es posible el orden social, cuál es el cemento que mantiene unido un cuerpo social, qué es lo que posibilita y conserva el acuerdo de voluntades que constituye toda sociedad. Esta preocupación ha estado presente desde los orígenes, y muchos pensadores, desde ángulos diversos y por lo menos a partir de Platón, han intentado responder esas preguntas. La respuesta predominante durante muchos siglos, que aduce que la sociedad es producto de un contrato, tiene como antecedente a Hobbes, quien se planteó explícitamente la cuestión sobre el orden de las acciones de la gran cantidad de individuos que configuran un pueblo; su explicación fue que ese orden sólo podía ser gracias a la autoridad de un gobernante todopoderoso, respaldado por la fuerza y las amenazas de castigo. Esa respuesta, sin embargo, no muestra por qué las personas deben obedecer las leyes incluso cuando lo racional parece lo contrario.¹

¹ Como Étienne de La Boétie lo pone de manifiesto en el *Discurso sobre la servidumbre voluntaria* [Estudio preliminar, traducción y notas de J. M. Hernández Rubio], Madrid, Tecnos, 1986.

Muchas otras respuestas se orientaron también hacia las teorías del contrato, especialmente la de Rousseau, donde la paradoja es muy evidente; según éste, los individuos necesitan

encontrar una forma de asociación que defienda y proteja de toda la fuerza común a la persona y bienes de cada asociado, y para lo cual cada uno al unirse a todos no obedezca sin embargo más que a sí mismo y permanezca tan libre como antes. Tal es el problema fundamental cuya solución da el contrato social.²

No obstante, dice enseguida:

Antes de examinar el acto por el cual un pueblo elige a un rey, sería conveniente examinar el acto por el cual un pueblo es un pueblo. Pues siendo un acto necesariamente anterior al otro, es el verdadero fundamento de la sociedad.

Es precisamente ese acto “por el cual un pueblo es un pueblo” lo que Rousseau llama *contrato*; y, como todo contrato, es una convención establecida al menos entre dos partes, entre dos elementos constituyentes. Una parte está formada por los individuos, tomados uno por uno; la otra es la unión de esos individuos, su asociación, la comunidad, el pueblo. Y aquí aparece la paradoja, pues en todo contrato, las partes constituyentes tienen una existencia previa al acto del contrato, pero en este contrato particular, la segunda parte, el pueblo, no existe de manera anterior sino que es el resultado del contrato. Todas esas respuestas tienen la dificultad de explicar cómo se estableció ese contrato sin caer en una paradoja.

En épocas más recientes, Durkheim decía, en un intento de resolver esa paradoja, que la idea de contrato presupone que ya existían previamente normas que especificaban que dicho contrato debía honrarse; es decir, como si antes del contrato ya hubiera

² Jean-Jacques Rousseau, *Du contrat social ou Principes du droit politique*, edición electrónica efectuada por Jean-Marie Tremblay de acuerdo con la edición de 1762 como parte de la colección “Les classiques des sciences sociales”, I.vi, I.v.

otro contrato, lo cual presupone que antes de ese primero tenía que existir otro y otro más, en una cadena infinita, lo que conduce a algo semejante a la paradoja referida por Lewis Carroll.³

Durkheim explicaba el orden al asumir que los agentes se conforman a esa norma previa que es la conciencia moral colectiva de la sociedad a la que pertenecen y con la cual se identifican. La posesión de un sistema de normas y valores, dice Talcott Parsons, conduce a la coordinación de las acciones individuales y a la estabilidad social; los agentes adquieren la disposición a situar las razones morales por encima de las demás y de castigar a quienes no lo hacen; de esa manera, mientras más personas desarrollan esas disposiciones, más se mantiene el orden social.

Estas breves referencias a algunos teóricos que analizan el concepto de *contrato* muestran que el orden o el acuerdo social es un problema que ha preocupado a pensadores de épocas diversas, por lo que parecería importante hacer un recuento de las distintas respuestas que se han dado; sin embargo, en lugar de intentar una empresa de esa magnitud (que, por lo demás, seguramente ya está hecha), vamos a revisar aquí una de tales respuestas, precisamente la de Platón, tal vez la más antigua y tal vez también la más insólita, pues basa ese orden en la música.

Cuando buscamos las bases de la estructura tanto física como conceptual del mundo, lo primero en que pensamos es en el orden, y este orden no puede sino estar asociado de alguna manera con los números; es decir, se trata de un orden matemático. Podría pensarse que esta aseveración es válida sólo en los límites de las civilizaciones occidentales, pero puede fácilmente demostrarse que, a lo largo de la historia, todas las grandes culturas, sea la hindú, la sumeria, la babilonia, la griega o la maya, entre muchas otras, basaron su idea del mundo, su comprensión

³ Lewis Carroll escribió en 1895 un pequeño diálogo entre los dos personajes de esta paradoja; en él la tortuga plantea a Aquiles un argumento deductivo simple, pero éste falla en la demostración porque la tortuga lo lleva a una regresión infinita. Véase “Lo que la tortuga le dijo a Aquiles”, en *El juego de la lógica*, Madrid, Alianza Editorial, 1972.

del universo, en un orden sostenido por los números. Todas ellas buscaron, además, las secretas correspondencias entre el orden cósmico y el orden de la vida humana; en otras palabras, trataron de precisar los términos que median entre los aspectos relativos al cosmos y los aspectos relativos a lo humano y de establecer entre ambos una relación de proporción; en resumen, todas esas civilizaciones intentaron ponerlos en armonía, de armonizarlos.

No obstante, el orden encontrado o el orden construido dentro de los límites de una cultura no necesariamente es el mismo para las otras; por tanto, no podemos postular la existencia de un orden único, un orden que sea el verdadero y el correcto para todas las culturas y todas las épocas; ni siquiera es posible postularlo para culturas coetáneas: el orden en el cual se basaron los babilonios, por ejemplo, no es el mismo que el de los egipcios. Y no es por azar que aparezcan los nombres de estas dos grandes culturas, ya que desde el tercer milenio antes de Cristo pueden observarse en las manifestaciones de ambas algunas huellas de un orden numérico. Será, sin embargo, hasta el apogeo de la cultura griega —época en la que surge una civilización nueva, basada en las ciudades-Estado y en una nueva clase de individuos, los ciudadanos libres— cuando se comience a investigar de manera racional el universo para encontrar el orden que lo rige.

Fueron, pues, los griegos quienes ensayaron sistemáticamente una interpretación matemática de la naturaleza. Aunque sabemos que la búsqueda proviene de tiempos más remotos, se acostumbra pensar en Pitágoras como el primero que quiso descubrir ese orden matemático, ya que, según la tradición, fue él quien aplicó el término *cosmos* al universo percibido: del caos original, mediante la creación, nace el cosmos. El término *cosmos*, que entre otras cosas significa *orden*, no agota sus sentidos con esta única palabra, ya que une la noción de orden o disposición o perfección estructural con la belleza.

La filosofía pitagórica manifiesta el triunfo del *logos*, entendido por una parte como lo inteligible, lo determinado, lo sujeto a medida, y, por otra, como la razón de las cosas respecto al todo.

Allí se acentúa la capacidad de reducir todas las cosas a sus características mensurables, y se insiste en la rigurosa proporción, tanto entre las partes del todo, como entre ellas y el todo, y en su estructura interna. Esta filosofía descansa en las ideas de límite y de orden (*peras* y *cosmos*) que establecen el puente que une lo religioso y lo filosófico: el mundo está ordenado, es un cosmos; todo se encuentra ligado por lazos de parentesco y el alma humana está en conexión con el universo. Por lo tanto, la tarea de la filosofía es comprender la estructura del universo y, con ello, llegar a entender lo divino en el alma humana.

La noción de *armonía*, término muy utilizado tanto en música como en física y en filosofía, derivado del verbo significa ‘juntar’; se entiende desde Homero como aquello que une las diferentes partes de un todo; es el acoplamiento o la adecuación de las cosas entre sí (incluso se denomina así a la clavija que las une).⁴ Poco tiempo después la idea de armonía se asimilará a la música y quedará indisolublemente ligada al número. Así entendida, la idea de armonía presupone lógicamente que existe una relación entre esas partes, lo cual es el origen de la idea misma de medida, ya que “cada parte tiene que ‘guardar medida’ en el conjunto y no traspasar sus propios límites, en perjuicio del resto; de esta manera se realiza la medida dentro de un mismo conjunto y nace la armonía”.⁵

Dice Platón que es posible encontrar la relación de lo humano con lo divino si se estudia el cosmos y se intenta determinar su orden, su estructura. Como se expresa en el *Timeo*, así como el universo está compuesto de elementos materiales ordenados puesto que están gobernados por una razón divina, así también todos los seres humanos son estructuras formadas de la misma materia y que reproducen los mismos principios de orden; de allí la noción de microcosmos, de que los seres humanos puedan ser considerados como pequeños mundos. Una parte considerable

⁴ *Odisea*, v. 248.

⁵ Edgar de Bruyne, *Historia de la estética*, vol. I, Madrid, Biblioteca de Autores Cristianos, 1963, p. 255.

de la obra de Platón se orienta hacia la búsqueda del orden o de la armonía, que gobierna el sistema planetario, la sociedad y en su manifestación espacial, la ciudad. En el *Timeo* y en algunos pasajes de la *República* están los aspectos relativos al orden de los planetas y de las leyes que lo rigen, leyes que son las mismas que operan en todo el cosmos. En la *República* y en las *Leyes* se expone la concepción de orden en la *polis* y en la sociedad; allí, de la misma manera que en el individuo lo más importante es la presencia de la justicia; sea social o sea individual, relaciona el orden de los elementos que intervienen en la sociedad y en el individuo. De hecho, estos últimos son los elementos que conforman la primera; por lo tanto, el orden consistiría en que cada uno de ellos esté situado en el lugar que le corresponde y realice las funciones que le han sido asignadas, de manera que “cada individuo no debe ejercer más que un solo oficio en la sociedad, aquel para el cual la naturaleza le ha dado la mayor aptitud”; la justicia consistiría “en ocuparse de sus menesteres sin ocuparse de los de los demás”.⁶

No se refiere explícitamente a la sociedad sino al grupo de personas, y su organización en términos del espacio, a la ciudad (la *polis*). Sin embargo, no habla ni de la ciudad en general ni se refiere sólo a una ciudad concreta, sino que describe —casi podría decirse diseña— al menos tres. En el *Timeo* se habla de la antigua Atenas, construida de acuerdo con las normas expresadas en la *República*. En el *Critias* y en las *Leyes* habla de esa misma ciudad y de la Atlántida, en el segundo de Magnesia. Su meta es encontrar la ciudad perfecta;⁷ es decir, aquella que contenga las cuatro virtudes fundamentales: justicia, sabiduría, valor y templanza, cada una de ellas asociada con uno de los elementos de la ciudad.

La sabiduría reside en la porción de los que gobiernan, que poseen la sabiduría, *sofia*; expresa en la *República* que “una

⁶ Platón, *República* 433a.

⁷ Dice Platón: “Si nuestra ciudad está bien constituida, debe ser perfecta”, *República*, 427e. A partir de aquí las citas de este libro se incluyen en el texto.

ciudad constituida según la naturaleza y considerada en su conjunto, debe el nombre de sabia a lo que está a su cabeza y la gobierna, y [...] a la ciencia que allí reside” (428e-429a). El valor está presente en otro grupo social: los guerreros; con el término *valor* se expresa la opinión recta y disciplinada acerca de lo que se debe temer o acerca de lo que no se debe temer. La templanza, tercera virtud, la *sofrosyne*, es aquella que “a primera vista se parece, más que las precedentes, a un acorde o a una armonía (*συμφωνία* y *ἁρμονία*) [...] Es una especie de orden y dominio sobre los placeres y las pasiones” (429e). La templanza

se extiende absolutamente a la ciudad entera y produce el acorde perfecto entre todos los ciudadanos, cualquiera que sea la clase, baja, alta o media, o el rango, o su inteligencia, su fuerza o su número, sus riquezas o cualquier otra ventaja del mismo género; de manera que tenemos plenamente el derecho de decir que la templanza es ese concierto, ese acorde natural de la parte inferior y de la parte superior, para decidir cuál de las dos debe mandar en la ciudad o en el individuo (431e-432a).

La templanza es la armonía, es decir, el acuerdo (el acorde) total y mutuo entre todas las partes del edificio social, gobernantes y gobernados; en cada uno de los individuos se manifiesta por el acorde entre las partes superiores e inferiores del alma, que se puede entender como el conocimiento de las propias limitaciones y flaquezas, a la luz de lo cual el hombre se hace modesto, apacible, moderado y sabio.⁸

La cuarta virtud es la justicia, que es la fuerza que empuja a cada individuo a cumplir la tarea que la sociedad le ha impuesto; ella, junto con la sabiduría, valor y templanza, conduce al perfeccionamiento de la ciudad. Por tanto, existe justicia en la sociedad cuando los distintos elementos que la componen cumplen con sus distintas funciones; en palabras de Platón:

⁸ Cf. Crombie, I. M., *Análisis de las doctrinas de Platón*, vol. I, Madrid, Alianza Universidad, 1979, p. 109.

la ciudad es justa cuando las tres clases de espíritus que la componen hacen cada una lo que tienen que hacer; por otra parte, la ciudad es temperada, valerosa y sabia, gracias a ciertas disposiciones y cualidades que corresponden a esas mismas clases (435b).

Si en el alma se encuentran esas mismas cualidades, se trata de una persona justa, porque allí “existen las mismas partes y en el mismo número que en la ciudad” (441c); y, cuando cada una cumple su función, entonces el hombre es justo. Sócrates señala que en el individuo existen tres tipos de vidas o tres tipos de temperamentos: la vida de la sabiduría, la vida del honor y la vida de los apetitos sensibles, o material. Estas tres vidas corresponden en cierta manera a los llamados tres estados o tres órdenes de la ciudad: los gobernantes, que constituyen la inteligencia y que son los que aprecian las cosas del intelecto; los guerreros, que son el *espíritu* de la ciudad y corresponden a los que buscan la gloria; y los productores, que satisfacen las necesidades materiales de la sociedad entera.

Así, el hombre justo será, de manera análoga a la *polis* justa, aquel en el cual los tres elementos se encuentren en la proporción correcta; donde los tres elementos se relacionen de manera que el resultado sea que cada uno haga el trabajo para el cual está más capacitado: el elemento racional debe gobernar; el elemento emotivo debe mantener y consolidar la autoridad; y el elemento material debe cuidar que el todo se alimente y se reproduzca bajo los cuidados de la razón. Si la razón gobierna, el hombre poseerá todas las virtudes morales: será sabio, porque comprenderá los verdaderos intereses; será valiente porque sabrá temer lo que la razón indica que debe temerse; será temperado porque en él la razón no entrará en pugna con los otros elementos, porque todas sus pasiones y apetitos habrán sido dominados para que acepte la forma de vida establecida por la razón.

Una vida feliz es una vida autodisciplinada y austera; ello requiere una educación que armonice el valor y la dulzura; la finalidad de la educación es producir ciudadanos que reúnan dul-

zura y fuerza, sensibilidad y valor, actividad intelectual y fuerza moral; se trata de poner estos pares de elementos en armonía uno con otro para hacer el alma “temperante y valerosa” (410c). Para ello se debe moldear el cuerpo por medio de la gimnasia y el alma por la música. El cultivo del cuerpo y del alma en armonía produce los guardianes de la ciudad, sabios y valerosos. Las matemáticas tienen un papel central en la formación de la juventud; sólo quienes estén ejercitados en su arte serán capaces de ver que los cuerpos celestes se ajustan, igual que todas las cosas del mundo, al patrón de movimiento que les impone la razón, que es el mismo que el que produce las armonías en la música. Con el dominio de las matemáticas llegan a comprender la lección maestra: que la razón es suprema en el cosmos.

Si la salud de la sociedad tiene como condición necesaria el orden —que cada individuo debe estar en el lugar que le corresponde y realizar, por tanto, las funciones para las cuales está capacitado— el resultado es que ningún hombre puede beneficiarse aisladamente o llegar por sí mismo a la felicidad, pues el bien personal no contribuye a la felicidad de la sociedad. El equilibrio y la armonía se consiguen cuando todo y todos se ajustan al orden general; en términos musicales, cuando todos se afinan; y si un hombre no puede por sí solo ajustarse a ese orden, lo mejor que puede hacer es someterse al gobierno de otro.

De las cuatro virtudes presentes en una ciudad justa, la responsable de la armonía es la templanza, ya que, en tanto que virtud política, ésta comprende tres componentes: la sumisión de lo peor a lo mejor, la sumisión de las pasiones a la razón, y el acuerdo para decidir quién debe gobernar. En realidad, las dos primeras se reducen a una sola, que no puede ser primordial, ya que ambas son resultado de la tercera; ésta, por el contrario, no es producto de las otras dos. De allí que Platón haya decidido inclinarse sólo hacia la templanza, y considerarla como la responsable de la armonía.

La hipótesis que en estas páginas se quiere sostener es que uno de los objetivos de Platón, al menos en estos libros, es desa-

rrollar un sistema armónico; pero en su época todavía no existía una teoría musical consistente con los principios pitagóricos, ya que no se ha encontrado aún un sistema en el cual los tonos estén igualmente espaciados en la escala; para lograr el tan buscado *igual temperamento* se requería de un conocimiento matemático que aún era inexistente. Muchos estudiosos han dicho que Platón analiza el sistema astronómico, la educación, el arte de gobernar, el alma misma del individuo, etcétera, con el sistema de armonía musical como modelo; es decir, que estudia todos esos sistemas desde una perspectiva musical. Sin embargo, queda la pregunta de cómo podría haber usado como modelo una teoría armónica que todavía no existía. Es decir, de qué manera podría haber utilizado una teoría aún no existente para explicar, por analogía, el sistema de los planetas o el sistema político. Tal vez sería más coherente pensar que su meta era conseguir esta teoría armónica, y que su obra en conjunto configura un verdadero tratado de armonía. Platón, por medio de alegorías políticas y astronómicas, intenta construir una teoría del igual temperamento, alegorías que no son sino aproximaciones sucesivas a la solución, cuyos elementos se encuentran, por ejemplo, en las regulaciones sobre el matrimonio, o en las normas que rigen la selección de los guardianes, o en las normas para el diseño de las ciudades de Atlántida y Magnesia.

Habría, pues, que desarrollar la noción de *templanza*; sin embargo, esta noción es pertinente con respecto a la ciudad o al alma del individuo, que pueden tratarse desde perspectivas morales o éticas sin recurrir a la aritmética o a la geometría, pero no lo es desde el punto de vista de la música, en la que conviene tratarla desde el punto de vista de la armonía. En música, la *templanza* puede considerarse como el temperamento, incluso como la afinación. Pero existen varios sistemas de afinación: el sistema de afinación llamado pitagórico, que es aquel en el cual intervienen los dos primeros números primos, 2 y 3, basado, por tanto, en la octava, la cuarta y la quinta; este sistema se usa en la *República*. Otro sistema es el de afinación justa, basado en la

octava, la quinta y la tercera mayor, y que aparece en el mismo diálogo, en el sistema de arreglo de los matrimonios. Un sistema adicional sería el que divide la octava exactamente en doce tonos iguales, y que es el llamado *bien temperado*. De este, Platón no ofrece ejemplos, ya que se trata del sistema que estaba intentando encontrar, el cual sólo fue posible cuando se dispuso del conocimiento y manejo de los números irracionales. Sin embargo, la idea de la división en tonos iguales ya está presente en Platón cuando dice que la moderación, es decir, la templanza, tiene por función *afinar* la ciudad, “haciendo que el débil, el fuerte y los que están en el medio canten el mismo canto” (432a).

Si limitamos el estudio a las maneras a través de las cuales Platón quiere conseguir la armonía en sus modelos de ciudad, vemos que en la antigua Atenas desarrolla un sistema de afinación pitagórica (o sea, pone allí en práctica lo expresado en el *Timeo*: hacer intervenir sólo las series de potencias de 2 y de 3); en la descripción de la Atlántida hace intervenir, además del 2 y del 3, al 5; por tanto, desarrolla el sistema de afinación justa. Finalmente, en la descripción de la ciudad de Magnesia, el esquema se hace más complejo, pues allí se introduce, además, el número 7; desarrolla, por tanto, el sistema de afinación llamado de Arquitas. Si se deja de lado toda consideración técnica, lo que interesa destacar es cómo, a través de la exposición de diferentes sistemas políticos, intenta llegar, por aproximaciones sucesivas, a algo que las matemáticas de su tiempo no le permitieron: el sistema de afinación bien temperado en el cual todos los intervalos son iguales.

Para tratar de explicar estas nociones es necesaria una pequeña indagación sobre los fundamentos de su concepción del universo. Según Platón, nada viene a la existencia sin una causa, sin un hacedor; el universo mismo, al ser un objeto físico, tiene una causa, y su agente es el demiurgo. Este produce nuevas formas, pero no las obtiene de la nada, sino de una armoniosa mezcla de elementos ya existentes, combinados según ciertas normas de orden y belleza, y de acuerdo con un patrón o un

modelo. El demiurgo, al observar lo que le rodeaba, “vio que no estaba en un estado de reposo sino de discordante y desordenado movimiento, y puso orden en el desorden, pues lo primero es en muchas formas mejor que lo último”.⁹ Dar orden quiere decir hacerlo pasar del estado de caos al de cosmos; con ello formó un mundo material y lo convirtió en una criatura viviente, a imagen de “la cual todas las demás criaturas vivientes son porciones”. Platón concibe dos modelos: uno que es eterno, que no nace y no está sometido al devenir, y otro que no es nunca pero que no cesa de nacer, cada uno con su propia forma de aprehensión: el primero, que es idéntico siempre a sí mismo, se aprehende por el intelecto y la razón; el segundo, aunque “nace y muere no existe nunca realmente” es objeto de la opinión y la sensación no razonada (27d-28a). Para la creación del mundo, el demiurgo eligió el primero, que posee alma y cuerpo.

Todo lo existente necesita una forma corpórea, visible y tangible; y para el cuerpo usó el fuego y la tierra (el fuego para ser visible, la tierra para ser tangible). Los dos restantes elementos tradicionales se introducen por medio de una noción clave: la de proporción.

Para establecer una relación entre dos cosas —dice Platón—

se requiere de una tercera que las ligue, y de todas las uniones, la más bella es aquella que da a sí misma y a los términos que une la unidad más completa. Y es la progresión la que naturalmente la realiza de la manera más bella. Ésta se tiene cuando en tres números, lineales o planos, el del medio es tal que el que está primero es, por relación a él, como ese medio mismo es por relación al último (31b-c).

Lo que se describe es una progresión de tres números, que forman una unidad perfecta. Sin embargo, esto es válido cuando se trata de sólo tres términos, pues, como dice Platón, si el mundo fuera plano y sin espesor, bastaría con esta *mediedad** única.

⁹ *Timeo*, 29d.

* Este es el término que Platón utiliza para el término medio: μεσοτης, que literalmente es *mediedad*.

Pero si tratamos con sólidos, la proporción es de cuatro términos y se tiene que recurrir a la proporción geométrica: cuando las dos cosas que se unen son tridimensionales, son necesarios dos términos medios, pues “para armonizar los sólidos nunca basta una sola mediedad: son necesarias siempre dos” (32a); por ello puso el agua y el aire entre el fuego y la tierra, según la siguiente proporción: el aire es al agua como el fuego al aire, y el agua es a la tierra como el aire al agua. La forma que le asignó es la esférica, pues como este ser viviente “debe contener en sí mismo todos los seres vivientes, la figura que le conviene es la que comprende en sí misma todas las figuras”. Y la figura esférica es, “de todas las figuras, la más perfecta y la más completamente semejante a ella misma” (33b). A este cuerpo le impuso un movimiento y, de los siete posibles, escogió el que concierne “al intelecto y a la reflexión”, es decir, el que realiza “sobre sí mismo una revolución uniforme, en el mismo lugar” (34a).

Por lo que se refiere al Alma del Mundo, las dos esencias, la que es siempre y nunca cambia, y la que no deja de cambiar —lo Mismo y lo Otro— no son ya modelos, sino sus ingredientes. El demiurgo colocó el alma en el centro del cuerpo y la “extendió por todas partes, envolviendo también el exterior de este cuerpo” (34b). El alma del mundo fue formada con la mezcla de lo Mismo y de lo Otro; pero, además de éstos, el artífice mezcló un tercer ingrediente, salido de lo Mismo y de lo Otro, y los combinó en una forma única, armonizó lo Mismo con lo Otro; mezcló las dos primeras con la tercera y de las tres hizo una sola (35b).

Con la mezcla de esas tres entidades formó el alma del mundo y la dividió en porciones proporcionales gracias a la combinación de progresiones aritméticas, geométricas y armónicas. Allí hizo una división longitudinal para producir dos cintas, que unió en sus extremos para formar dos anillos, y los situó uno dentro del otro de manera que sus planos formaran un ángulo recto, como el formado por el ecuador y uno de los meridianos. En palabras de Platón: “habiendo cruzado las

dos mitades una sobre la otra, haciendo coincidir sus puntos medios, como una Chi, las curvó para unir las en un círculo, uniéndolas entre sí los extremos de cada una en el punto opuesto a su intersección” (36b-c). Y las envolvió con el movimiento uniforme que gira en el mismo lugar; un círculo en el exterior y el otro en el interior. Del interior hizo surgir otros siete de distintos tamaños, aunque todos relacionados armónicamente; los siete giran con velocidades distintas, también armónicamente relacionadas “cuyas razones de una a otra son las de los enteros naturales” (36d).

Es evidente que se trata de un esquema del universo, donde el círculo mayor es la órbita celeste de las estrellas fijas y los siete círculos menores son los del Sol, la Luna y los restantes cinco planetas que giran alrededor de la tierra.

Esta noción de *mediación*, la idea de que no existen relaciones directas entre una cosa y otra, particularmente en lo que toca a las relaciones entre seres que pertenecen a jerarquías distintas, es central en el sistema de ideas de Platón. El hecho de que, para que dos cosas puedan unirse se requiera de una tercera, es también válida para la necesaria relación entre el demiurgo y los seres vivos. Para conocer esta relación, se debe entender que los segundos fueron generados no directamente por el demiurgo, sino por los dioses inferiores, ellos sí creados por aquél. Hasta allí el trabajo no estaba concluido, pues el universo creado no comprendía a todos los vivientes que debían nacer en él. Según Platón, existen cuatro de formas vivas: la especie celeste de los dioses, la especie alada que vuela, la especie acuática, y la que camina y vive en la tierra. La primera fue hecha por el demiurgo mismo y es la que posee la sabiduría y está distribuida por todo el cielo. Pero las otras no podían ser hechas por él,¹⁰ por más que su existencia fuera necesaria para la existencia del Todo; por ello encomendó esa tarea a los dioses inferiores.

¹⁰ Relación que no puede ser directa: “si yo las hago nacer, si participan de la vida por mí, serán iguales a los dioses”, dice el demiurgo. *Timeo*, 41b-c.

La elaboración del universo y sus habitantes es mucho más compleja, pero lo dicho basta para continuar el argumento. Una idea pitagórica que muestra que hay desde el origen una estrecha relación entre la armonía y el número es la que se expresa por medio del monocordio, una caja sonora con una cuerda y un puente móvil que servía para medir los tonos y los intervalos. Al pulsar la cuerda, a la que asignamos una longitud unitaria, se produce un sonido que llamamos tónica; si se duplica la longitud de la cuerda, es decir, en una relación 2:1 con respecto a la primera, la nota que se produce estará a la distancia de una octava de la tónica; si la cuerda es una mitad mayor que la original, es decir, $1+1/2=3/2$, el tono está a una distancia de un intervalo de quinta; y si la cuerda es un tercio mayor ($1+1/3=4/3$) la nota producida está a un intervalo de cuarta. Esto muestra que todo el sistema armónico se basa en las razones entre los cuatro primeros números: 1, 2, 3, 4. Esta serie puede considerarse desde varios puntos de vista: está formada por la unidad, el primer número par, el primer número impar y el primer número cuadrado; también es la serie formada por el punto, la línea, el primer plano (triangular), y el primer polígono (cuadrado); finalmente, es la serie del tono, de la octava, de la quinta y de la cuarta. Descubrir esto, descubrir que las consonancias musicales se pueden expresar matemáticamente mediante las razones de los cuatro primeros enteros; entender la íntima relación entre el sonido, la longitud de la cuerda y el número, todo ello tuvo que originar perplejidad y admiración, pues todo parecía indicar que se había encontrado la llave que abría la puerta de las inexploradas regiones de la armonía universal.

Pero no basta hablar de unidades aisladas sino que es necesario introducir las relaciones entre ellas, entre los números, es decir, las razones. *Logos* significa, entre otras cosas, relación, razonamiento, pero también razón en sentido matemático. No deja de ser interesante que una palabra que se traduce como razonamiento o como juicio (incluso también como discurso), sirva también para expresar una relación entre cantidades. Varios

siglos después de Platón, san Agustín dice que la música es “la ciencia de la buena modulación”.¹¹ Este término viene de *módulo*, ya que la ciencia de la música se interesa por la relación de las unidades musicales según una medida o módulo, y esa relación se expresa por medio de razones aritméticas simples entre los primeros cuatro números: 1:2, 2:3 y 3:4, razones que son los intervalos de las principales consonancias. Según san Agustín, la importancia de estos intervalos no se deriva de sus cualidades acústicas o de sus efectos estéticos, sino del hecho de que son ecos audibles de la perfección del número, en especial, de esos primeros cuatro. Sin el principio del número, el universo regresaría al caos.

La armonía cósmica rige las correlaciones de los elementos; desde el orden de los cuerpos celestes, todo existe y se mueve de acuerdo con proporciones exactas; las proporciones más simples y las más agradables son aquellas que hay entre los cuatro primeros números, son las que gustan al ojo y al oído, y se manifiestan en el poliedro perfecto, el cubo, que, con doce aristas, ocho ángulos y seis planos, es la proyección espacial de los intervalos elementales de la música: la octava, 12/6 o 1/2; la quinta, 12/8 o 3/2; y la cuarta, 8/6 o 4/3. En las figuras planas está el cuadrado (1:1) y el doble cuadrado (2:1); los rectángulos que les siguen en sencillez son aquellos en que sus lados están en relación 2:3 y 3:4, las mismas relaciones que las de los intervalos de octava, quinta y cuarta.

Euclides establece que “una razón (*ratio*, *logos*) es una especie de relación respecto al tamaño de dos magnitudes de la misma clase”. Dos pares de magnitudes que están relacionadas según la misma razón son proporcionales; y a la igualdad entre estas dos razones la llama proporción.¹² Esta definición sirve para delimitar las nociones de razón y de proporción; la primera es una relación entre dos cantidades, mientras que la segunda es la

¹¹ San Agustín, *De Musica*, p. 1083.

¹² Euclides, *Elementos de geometría*, Libro V.

igualdad de razones entre dos pares de cantidades. Algebraicamente, la proporción se expresa como: $a/b=c/d$.

Existen tres clases de proporciones: la aritmética, la geométrica y la armónica; la primera es cuando tres o más términos mantienen la misma diferencia cuantitativa entre números sucesivos, pero no la misma razón entre los términos. Dicho en otras palabras, cuando el segundo término excede al primero por la misma cantidad en que el tercero excede al segundo. Un ejemplo es la formada por la serie 2, 3, 4.¹³ La progresión geométrica es la única en que sus términos están en la misma razón: el primer término es al segundo como el segundo es al tercero. Un ejemplo es la formada por la serie 1, 2, 4. En ella los tres números están en proporción mutua por el hecho de que las diferencias entre los términos están en la misma razón que los términos mismos respecto a sus adyacentes. La proporción armónica es aquella en la cual el término mayor es al menor como la diferencia entre el término mayor y el medio es a la diferencia entre el término medio y el menor. Por ejemplo: en la serie 3, 4, 6, el término mayor, 6, excede al medio por un tercio de él mismo, mientras que el menor, 3, es más pequeño que el término medio, 4, también por una tercera parte de él mismo. Otro ejemplo es la serie 2, 3, 6; aquí, 6 excede a 3 por una mitad, que es la misma fracción por la cual 2 es excedido por 3.

Encontrar la media o mediana entre dos términos —es decir, el término intermedio que da nacimiento a la proporción— es lo mismo que llenar el intervalo entre esos dos términos extremos; en otras palabras, es armonizar. La proporción más elemental, es decir, la que se formaría al considerar los dos primeros números, 1:2, como extremos, es la que en música origina el intervalo de octava, el cual basta para distinguir las diferentes armonías según su altura. Y esta distancia entre un sonido y otro del doble de altura —lo que es realmente el intervalo de octava— se llena con los

¹³ Si una serie de números como ésta no tiene la apariencia de una proporción, es porque los griegos escribían las proporciones, de cualquier tipo que fueran, bajo la forma de una progresión o serie.

intervalos llamados de quinta y de cuarta, que dividen la octava en dos partes desiguales, aunque consideradas como armoniosas.

Platón dice en la *República* que el problema armónico en general consiste en poner en proporción los intervalos por medio de términos que se den en razones definidas con los términos iniciales, con el fin de obtener la consonancia o el acorde de intervalos. Y cuando habla del problema armónico en general estas palabras se deben tomar literalmente; es decir, ya se trate de intercalar el término medio de un silogismo, ya se trate de relacionar dos imágenes por medio de una metáfora, o de reunir, por medio de la analogía, las formas, las superficies o los volúmenes arquitectónicos, en todos los casos se trata de armonizar; todas estas operaciones son análogas a la creación de la armonía musical que los pitagóricos usan como modelo. En el *Timeo* habla extensamente de las nociones de proporción y de armonía, aplicadas sobre todo a términos tridimensionales; por ello la proporción geométrica es la más utilizada. En una proporción de este tipo, y que además sea continua, como la formada por a , b , c , el término central es la media geométrica de los otros dos y, por tanto, es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos: $b = \sqrt{ac}$.

Cuando Platón se refiere a la armonía de las cosas, dice que para que dos cosas puedan conjuntarse es necesaria una tercera, un enlace intermedio que las conecte. Y el mejor de los enlaces es ése que une de manera más perfecta en la unidad a él mismo y a las cosas que enlaza; y para efectuar esto de la mejor manera está la propiedad natural de la proporción. El problema planteado en el *Timeo* es armonizar el cuerpo del Todo; lo que es igual en este caso a poner orden en el caos, donde “todas las cosas estaban en un estado carente de razón o medida”. La pregunta pertinente aquí es qué clase de cosas necesitaban orden; es decir, de qué cosas habla Platón. Si ese cuerpo tuviera una existencia plana, sin profundidad, bastaría un solo término medio para unir los otros dos términos; pero el cuerpo del Todo no es plano sino sólido, es decir, tridimensional, por lo que no basta un solo

término medio, sino siempre dos. Los dos términos medios son el aire y el agua; con su ayuda se construyeron las dos razones que la proporción iguala; la primera es la que se forma con los términos fuego y aire, es decir, fuego:aire; la segunda se forma con los términos agua y tierra; por lo tanto, agua:tierra. Con estos materiales, “el cuerpo del Cosmos fue armonizado y llevado a la existencia”.

La mezcla de lo Mismo y lo Otro, elementos primarios que tomó el demiurgo, produjo otro elemento, y éste junto con los dos primeros produjo un resultado que distribuyó en varias porciones de acuerdo con los términos de una progresión: 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27.¹⁴ Esta progresión compleja está a su vez formada por dos progresiones geométrica simples: una de razón 2 (formada por la serie 1, 2, 4, 8) y una segunda de razón 3 (1, 3, 9, 27).¹⁵ Hecho esto, el demiurgo procedió a llenar los intervalos entre los términos y lo hizo con ayuda de la *mediedad*, el término medio de una serie de tres términos que forman una progresión continua. Para definir el intervalo que existe entre los términos de una proporción, Platón apela a nociones no de la aritmética o de la geometría, sino de la música; es decir, determina el intervalo por diferencias no entre números, sino entre sonidos. Si a cada término de la progresión se hace corresponder un tono definido de la escala musical, un intervalo será el conjunto formado por dos tonos de altura desigual o, como dice Euclides, por dos tonos desigualmente agudos o graves. Así, un intervalo se compone no sólo de los tonos de desigual altura, sino también de la relación matemática que los une, el *logos*.

Los pitagóricos sólo utilizaron las dos primeras medias, aritmética y armónica; la última, la media geométrica, no

¹⁴ Platón, *Timeo* 35b-c.

¹⁵ Las porciones del alma del mundo pertenecen a dos progresiones del tipo punto-línea-plano-sólido, desarrolladas a partir de los números primos 2 y 3 ($2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ y $3^0, 3^1, 3^2, 3^3$). Las potencias de 2 definen tres octavas consecutivas, mientras que las potencias de 3 definen tres doceavas consecutivas, equivalentes a cuatro octavas, más una sexta mayor.

se utilizó en música porque los antiguos no habían podido resolver el problema de la irracionalidad. Al usar la media aritmética, ésta divide la misma octava en un intervalo de cuarta y uno de quinta (de Do a Fa, intervalo de cuarta, y de Fa a Do, intervalo de quinta); si se usa la media armónica, la misma octava queda dividida en un intervalo de quinta más uno de cuarta (de Do a Sol, intervalo de quinta, y de Sol a Do, intervalo de cuarta).¹⁶ Estas dos medias, la aritmética y la armónica, a diferencia de la media geométrica, han desempeñado un papel fundamental en la historia de la teoría musical.¹⁷ Los cuatro primeros números naturales configuran para los pitagóricos la sagrada *tetractys*, cuya suma es diez; con esos cuatro números y con las mencionadas proporciones construirán todo el sistema armónico, la imagen del mundo por excelencia.

Si a cada uno de los términos límite de un intervalo corresponde un tono musical, el intervalo será la distancia entre dos tonos y el *logos* que los une. El problema armónico consiste en llenar esos intervalos con otros términos que estén en una relación precisa con los términos extremos; esta operación de armonizar tiene como resultado la consonancia de los intervalos, o acorde. Una serie de operaciones aritméticas simples (que no realizaremos aquí) conduce a llenar todos los intervalos de la secuencia compleja señalada. Esta serie completa es mucho más extensa que nuestra gama musical, donde sólo está presente el primer intervalo, la octava, dividida en cuarta y quinta. Pero la armonía del alma del mundo comprende todas las gamas, hasta la 27, y sobrepasa infinitamente las limitadas armonías de nuestra imperfecta música.

Los griegos sólo admitieron tres intervalos consonantes elementales: la octava, la quinta justa y la cuarta justa, que es

¹⁶ Si se hubiera utilizado, la media geométrica de la octava que va desde un Do hasta el siguiente Do estaría situada en Fa#.

¹⁷ Chailley, J. *La musique grecque antique*, Paris, Societé d'Édition « Les Belles Lettres », 1979, pp. 44-45.

la inversión o complemento a la octava de la quinta, más las consonancias compuestas por la adición de una octava a las consonancias simples.¹⁸ Sobre la base de esas tres consonancias, construyeron el sistema completo, la escala estructurada de sonidos de que se puede disponer para construir melodías. De esas tres consonancias, la octava es para nosotros la base de toda referencia, pues “nuestro razonamiento musical desde hace cuatrocientos o quinientos años es esencialmente ‘armónico’, en el sentido moderno de la palabra, y en este orden de razonamiento, la octava es el dato inicial”.¹⁹ Pero esto no era así para los griegos; para ellos la primera consonancia era la de la cuarta, unidad de base y referencia fundamental, “el más pequeño intervalo consonante admitido por el oído”.²⁰ La octava es un descubrimiento posterior y no interviene en la constitución de los intervalos fundamentales. Por ello la unidad de análisis del sistema griego era el tetracorde.

Un tetracorde sería la distancia entre los dos sonidos que limitan un intervalo de cuarta justa, Mi y La (Mi-Fa-Sol-La), por ejemplo. De acuerdo con las concepciones griegas, la voz humana, para pasar de uno de esos sonidos al otro, sólo puede intercalar naturalmente dos sonidos intermedios, cuyas notas, unidas a las dos de los extremos, forman el tetracorde, elemento primario de las gamas griegas. Un grupo de tetracordes, al menos dos, forman una escala o un sistema.

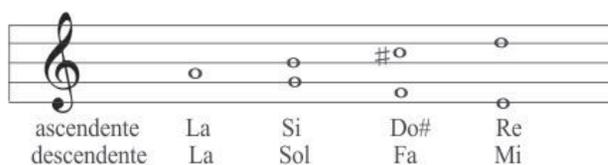
Lo que sigue en la descripción de Platón es la inserción de las medias aritmética y armónica. Los enteros más pequeños que pueden representar estas medias en el intervalo de la octava son los números de la llamada proporción musical, que se representa por 6:8::9:12. Es decir, las porciones del alma del mundo introducida por Platón tienen que multiplicarse por seis para evitar fracciones; por tanto, la serie de las triples comienza

¹⁸ Théodore Reinach, *La musique grecque*, París, Payot, Éditions d'aujourd'hui, 1975 [1926], p. 78.

¹⁹ Chailley, *op. cit.*, p. 26.

²⁰ Théodore Reinach, *op. cit.*, p. 78.

con 6:18, y sus medias aparecen en la proporción 6:9::12:18. La media aritmética entre 6 y 18 es 12, siendo la razón 6:12=1:2, una octava, y la razón 12:18=2:3, una quinta. De aquí que el número 9 funcione como media armónica, invirtiendo de esta manera el orden interno de los intervalos, 6:9=2:3, una quinta, y 9:18=1:2, una octava. Después se tiene que llenar un intervalo de cuarta con tonos completos. Al llenar el intervalo de cuarta, 4:3, con dos tonos enteros y un semitono, Platón establece la fórmula de un tetracorde (el dórico), que es:



Se ha dicho que, en un terreno estrictamente musical, armonía designa, entre las varias acepciones, el ajuste o afinación de las notas de un instrumento; en este sentido, “lo que se crea por medio de la afinación (*tuning*) es un acoplamiento de notas, una estructura de relaciones que puede usarse para formar las bases de las melodías”.²¹ Los estudiosos reconocen tres grandes sistemas de afinación en la antigüedad entre los cuales está en primer lugar el pitagórico. Este sistema se basa en la octava, la cuarta y la quinta, primeros intervalos de la serie armónica, con los cuales es posible afinar todas las notas de la escala diatónica en sucesiones de quintas y de octavas, o, por lo mismo, todas las notas de la escala cromática. El siguiente sistema es el de Aristoxeno, quien planteó la cuestión de una manera nueva en su disputa contra los pitagóricos. Según él, son más importantes las apreciaciones de los músicos que los resultados de los cálculos numéricos y, por tanto, el juicio del oído es superior a las razones aritméticas. En la escala pitagórica, como hemos señalado, un intervalo de

²¹ Andrew Barker, “Greek Musical Writing”, vol. I, *The Musician and his Art*, Cambridge University Press, 1987, p. 164.

cuarta está formado por dos tonos y un semitono.²² Aristoxeno, por su parte, postula un sistema musical compuesto solamente de tonos y de mitades de tonos, y con ello hace que el acorde de la lira sea igual al de nuestra gama temperada; divide la octava en doce semitonos iguales; es decir, “identifica, como nosotros, los sonidos de Sol# y Lab. Este sistema, que falsea ligeramente las consonancias de cuarta y de quinta, tiene la inmensa ventaja de reducir el número de cuerdas de los instrumentos”.²³ El tercer sistema es el de Ptolomeo; a él se debe un principio importante de afinación: ésta es mejor cuando el oído y la razón están de acuerdo. Su sistema coincide con el de la llamada *afinación justa*, es decir, con el sistema basado en los primeros cinco intervalos de la serie armónica —octava, quinta, cuarta, tercera mayor y tercera menor.

Los tres sistemas, por caminos diferentes, tienen como meta la división de la escala en intervalos iguales. En contra de lo que piensan muchos teóricos de la música, McClain dice que la *República* de Platón “encierra un tratado sobre el igual temperamento”.²⁴ Y este problema del temperamento es crucial, pues surge de la inconmensurabilidad entre las razones de octava, cuarta y quinta que dan los tonos. Las potencias de 2, que definen octavas, son números pares, y por ello nunca coinciden con las potencias de tres, números nones, que son las que definen las quintas y las cuartas; finalmente, ni las potencias de 2 ni las de 3 coinciden con las potencias de 5, que son las que definen las terceras, mayores y menores. El problema de la división de la octava en partes iguales (es decir, de una escala bien temperada) no podía resolverse con los conocimientos matemáticos de los tiempos de Platón, ya que sólo podían usarse razones formadas

²² El semitono, por razones aritméticas en las que no entraremos aquí, tiene un tamaño menor que la mitad de un tono

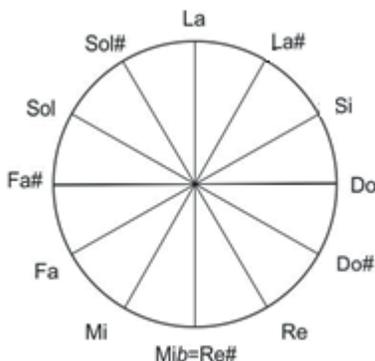
²³ Reinach, *op. cit.*, p. 21.

²⁴ Ernest G. McClain *The Pythagorean Plato*, p. 5. El desarrollo de los instrumentos de teclado transformó los problemas teóricos planteados por Platón en problemas prácticos en tiempos de Bach. El igual temperamento conseguido en el clave bien temperado de hecho realizó el sueño platónico.

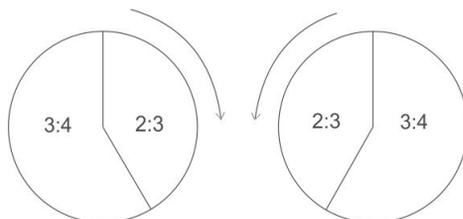
por números racionales; si se quisiera dividir la octava en doce partes iguales, cada una de estas partes —es decir, cada semitono— tendría el valor de $12\sqrt{2}$, que es un número irracional. La teoría moderna del igual temperamento divide el ciclo de la octava, definida por la razón 1:2, en 1200 unidades logarítmicas llamadas *cents*, de manera que cada semitono es igual a 100 *cents*.

Además de las ya mencionadas subdivisiones de la octava en quinta, 2:3, y cuarta, 3:4, existen otras como la tercera mayor, 4:5 y la tercera menor, 5:6. Pero quien construye, afina o toca algún instrumento, sabe que la octava no puede subdividirse igualmente por razones como las señaladas, las cuales se derivan de números racionales; por ello, en la escala bien temperada se divide el espacio de la octava en doce partes iguales, de manera que cada una de esas partes de $1/12$ de octava, que es a lo que llamamos semitono, tiene un valor numérico de $12\sqrt{2}$ (aproximadamente 1.059463), por lo cual cada intervalo de menor tamaño será siempre un número múltiplo de semitonos, el más pequeño intervalo del sistema. Así, existen dos posibilidades de expresar los intervalos de los tonos: primero, como ya se ha visto, como razones de enteros (1:2, octava; 2:3, quinta; 3:4, cuarta), y segundo, como unidades logarítmicas de 100 *cents* por cada semitono.

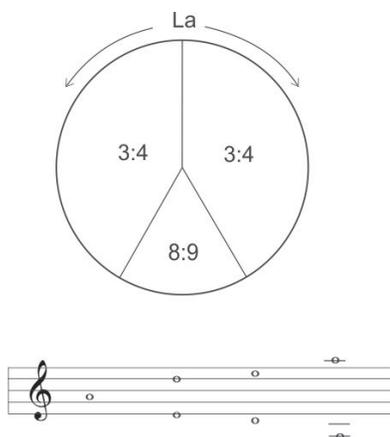
Geométricamente, la octava se puede representar por un círculo, y dividida en doce semitonos iguales, se representa como sigue:



Igualmente, los intervalos de quinta y de cuarta, que subdividen la octava, también pueden tener una representación de este tipo:



de manera tal que si se agrupan los dos ciclos, es decir, simultáneamente en sentido ascendente y en sentido descendente, se tiene:



El uso de estas formas de representación proporciona una mayor comprensión del problema, pues allí el principio y el fin coinciden y, por tanto, La puede representar la media geométrica de las medias aritmética y armónica, simétricamente situadas, y cuyas posiciones se alternan según el punto de vista ascendente o descendente. En sentido ascendente se tienen las notas La, Re, Mi y La, y en sentido descendente las notas La, Mi, Re y

La. Entre La y La se tiene la proporción de la octava 1:2, y si para evitar fracciones,²⁵ se usa la proporción equivalente 6:12, la media aritmética estará en 9 y la media armónica o subcontraria en 8. La media aritmética corresponde a la nota Re en el sentido ascendente, y a Mi en el descendente, mientras que la media armónica corresponde a Mi en sentido ascendente y a Re en descendente. En términos de McClain,

la media aritmética subdivide la octava en una quinta perfecta de razón 2:3 (=6:9) y una cuarta perfecta complementaria de razón 3:4 (=9:12), esto es, con la razón mayor entre los números más pequeños. La media armónica invierte el orden de los intervalos en una dirección “subcontraria” (6:8=3:4 y 8:12=2:3) para establecer la simetría inversa perfecta que caracteriza la aritmética de Platón.²⁶

De estas razones de cuarta y de quinta se obtiene la llamada proporción musical 6:8::9:12, la cual, según se dice, fue llevada de Babilonia a Grecia por Pitágoras, y en ella se pueden ver con claridad las mencionadas relaciones de octava, de cuarta y de quinta:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{La} & \text{Re} & \text{Mi} & \text{La} \\
 \text{La} & \text{Mi} & \text{Re} & \text{La} \\
 6 & : & 8 & :: & 9 & : & 12 \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\
 & 3:4 & & & & 3:4 & \\
 \underbrace{\hspace{3.5cm}} & & & & & & \\
 & & 2:3 & & & & \\
 & & & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\
 & & & & & 2:3 & \\
 \underbrace{\hspace{3.5cm}} & & & & & & \\
 & & & & & & 1:2
 \end{array}$$

²⁵ Platón insiste en repetidas ocasiones en la necesidad de evitar fracciones y usar sólo enteros. *Cf. República*, 525d.

²⁶ Ernest G. McClain *The Myth of Invariance. The Origins of the Gods, Mathematics and Music: From the Rg Veda to Plato*, York Beach, Maine, Nicolas-Hays, 1984, p. 27.

Esto nos permite relacionar la teoría musical griega con la creación del alma del mundo. Dice en el *Timeo*²⁷ que Dios es el inamovible 1, el punto de referencia que funciona como esa media geométrica entre cada número y su recíproco; de allí que, como afirma McClain, el número uno “simbolice a Dios por su absoluta invariación”. Muchas mitologías antiguas muestran casos de hermafroditismo del creador, representado por la unidad, la unidad divina, quien, por un proceso de división, produce una hija, el principio femenino, con la cual puede procrear. No es extraño, pues, pensar que si el creador es el 1, la invariación absoluta, a la hija le corresponda el 2. Este número tiene en la alegoría platónica un papel femenino porque es receptáculo o matriz; corresponde así a la octava, de la cual nacen todos los demás tonos. Sin embargo, esa matriz por sí misma es estéril, sólo puede originar, como dice Sócrates en la *República*, ciclos de esterilidad, ya que la multiplicación y división por 2 no puede introducir nuevos tonos. El principio de la madre está simbolizado por la octava, es decir, por el círculo sin división: cada revolución del círculo equivale, en un sentido, a una multiplicación por dos y, en el otro, a una división entre dos. Dicho en palabras de McClain, “las potencias de 2 (2^n) generan identidades cíclicas, esto es, dejan invariable la relación musical del ciclo de la octava”.²⁸ Para introducir nuevos tonos se requiere la presencia de números nones, con lo que justifica su denominación de *machos*; los números pares, hembras, son genéticamente pasivos, por producir sólo octavas sin división. Los nones, en cambio, permiten que la unidad sea dividida: si nos limitamos, como en la teoría musical de los griegos, a las razones llamadas superparticulares o epimóricas (es decir, a las que se forman por dos enteros consecutivos o que difieren por la unidad), entonces cada número impar funciona como la media aritmética para una razón superparticular: 3 será la media entre 1 y 2, 5 entre 2 y 3, 7 entre 3 y 4, etcétera. Así, si 1 es la referencia, el inamovible,

²⁷ 50d.

²⁸ *Ibid.*, p. 20.

y 2 es la madre o receptáculo, simbolizado por el círculo sin división, la media aritmética será 3, el hijo. Pero si en lugar de usar 1 y 2 como los números que forman la razón de octava, se usa 6 y 12, entonces la media aritmética será 9, que tiene un hermano gemelo, derivado del significado recíproco del 3, el cual funciona como la media armónica. Por tanto, en la llamada proporción musical 6:8::9:12, las medias, armónica y aritmética, 8 y 9, son hermanas, de acuerdo con lo que se expresa en la *República* (461d).

El círculo de tonos simboliza la moderna escala bien temperada y constituye un emblema —visual y acústico— para las periodicidades del universo: el tiempo cíclico, el movimiento circular de los cuerpos celestes, los doce meses lunares. Cada segmento sería equivalente al intervalo de un semitono. Por tanto, este círculo sólo puede relacionarse con el igual temperamento.

La estructura cíclica de la octava es la invariante de todo sistema de afinación y, dispuesta como círculo de tonos, funciona como una matriz de la cual nacen los tonos derivados. Si representa el mundo, entonces las dos mitades del mundo estarán separadas por el diámetro, que tonalmente se localiza en $Mib=Re\#$, directamente opuesto a La , el tono de referencia, que tiene un valor aritmético de $\sqrt{2}$. Los números nones introducen nuevos tonos (ya que los pares, como se estableció antes, sólo generan “ciclos de esterilidad”, círculos completos); el “divino número masculino”, el 3, genera “rayos” que caen muy cerca de los rayos ideales generados por el igual temperamento: la razón 2:3, un intervalo de quinta, vale unos 702 cents,²⁹ por lo cual está a 2 cents del tono temperado, es decir a 0.6 grados en la circunferencia; su complementario, el intervalo de cuarta, 3:4, está más o menos a 498 cents, también a seis décimos de grado del tono bien temperado. El 5, “número masculino humano”,

²⁹ Para convertir razones en cents, se resta el logaritmo del número menor del logaritmo del mayor, y el resultado se multiplica por $1200/\log 2$, o sea aproximadamente por 3986.3. Para el caso inverso, convertir cents en grados, se multiplica el número de cents por $360/1200 = 0.3$.

genera rayos menos aproximados, pues el intervalo de tercera mayor, 4:5, vale 386 cents, es decir, está a 4.2°, y la tercera menor, su complementaria, 5:6, vale 316 cents, 4.8° separada del tono igualmente temperado. Si volvemos a la proporción musical 6:8::9:12 con La, Re, Mi y La en sentido creciente, y a La, Mi, Re y La en sentido decreciente, y a su representación circular, podemos continuar con la argumentación.

En esta proporción 6:8::9:12, el número 9 es la media aritmética dentro del módulo de la octava, y 8 es la media armónica; la media aritmética subdivide la octava en una quinta y una cuarta complementaria, 2:3 y 3:4. La media armónica invierte el orden de los intervalos: primero una cuarta (pues $6:8=3:4$) y luego una quinta (pues $8:12=2:3$). También hemos visto que los griegos entendían estas medias como límites fijos de tetracordes, dentro de los cuales se intercalaban tonos móviles dependientes del género. En la música occidental en general, estos tonos generados por el número primo 3 se conocen como los tonos dominante y subdominante.

Los dos tetracordes se llenan con los sonidos móviles generados por el número primo 5. Este número *humano masculino*, como lo llama Platón, funciona como media aritmética en el intervalo de quinta 2:3, que se expande a 4:5:6 para evitar las fracciones.

Por el carácter hermafrodita de la unidad divina y por el hecho de que el dios sólo pueda crear a través del principio femenino, tiene que dividirse para producir el número 2, que corresponde a la octava, que es la matriz de todos los tonos, pero que, no obstante, por sí misma es estéril, pues sólo genera ciclos de esterilidad, círculos sin división, correspondientes a la multiplicación o división por 2. Los tonos de la escala requieren de la presencia de los números masculinos 3 y 5. Todos los enteros unidos por las razones generativas, dentro de una octava, son hermanos; sólo con la presencia de estos números —dice Sócrates— la paternidad es segura, pues para los tonos generados por otras razones, es decir, por afinaciones diferentes, es

incierta. De allí que una de las más importantes funciones de los legisladores sea la de arreglar matrimonios para conservar la disposición de los intervalos.³⁰

En las *Leyes* se especifica que el número primo 3 genera “ciudadanos de clase de la más alta propiedad”, definidos por los intervalos de quinta, 2:3, y de cuarta, 3:4, las mayores subdivisiones de la octava. El número primo 5 produce “ciudadanos de clase de la segunda más alta propiedad”, que son las terceras mayores, 4:5, y las terceras menores, 5:6, las cuales subdividen los intervalos de quinta. El número primo 7 genera “ciudadanos de la clase de la tercera más alta propiedad”, que son los tonos séptimos 6:7 y 7:8, y que son los que subdividen el intervalo de cuarta. Aunque Sócrates no lo menciona, la opinión de McClain³¹ es que de allí se deduce que los números primos mayores generan los ciudadanos de la clase de los esclavos.

Según Platón,³² toda aristocracia, incluso la mejor, degenera en el transcurso del tiempo en una tiranía, a través de las etapas intermedias de timocracia, oligarquía y democracia. De la misma manera, cualquier sistema armónico que use relaciones entre enteros (y este es el caso del sistema de Platón, que usa los primeros seis de la serie de los números naturales) degenera, a menos que el número de tonos sea limitado. La degeneración consistiría en la no concordancia entre series: la serie de quintas perfectas (2:3), por ejemplo, podría concordar con la serie de la octava, (1:2), sólo si alguna potencia de 2 coincidiera con alguna de 3, lo cual es, como hemos visto, una imposibilidad. De la misma manera, las terceras no pueden concordar con las octavas o con las quintas.³³ En la teoría platónica del Estado, esto se traduce en la imposi-

³⁰ *República*, 459-460; *Leyes*, 773.

³¹ Ernest G. McClain, *The Pythagorean Plato*, York Beach (Maine), Nicolas-Hays, 1984, p. 14.

³² *República*, 546a-d.

³³ Dicho en otros términos, la concordancia ocurriría cuando las potencias de 2, de 3 y de 5 coincidieran; es decir, cuando $2^p=3^q=5^r$. Y eso sólo puede ocurrir cuando las potencias son iguales a cero, lo cual genera la unidad, símbolo divino.

bilidad de fundar un Estado basado en modelos que carezcan de un principio interno de regulación o de limitación.

*

Para concluir, discutiremos brevemente los modelos de ciudad en la obra de Platón, ya que, por todo lo anterior, existen suficientes indicios para asumir que con su descripción expresa ideas acerca de los sistemas armónicos. Muestra al menos tres modelos de ciudad: en el *Timeo* esboza el retrato de una antigua Atenas, que habría sido construida según las normas expresadas en los libros II-IV de la *República*; en el *Critias* aparece una descripción más desarrollada de esa misma ciudad. La ciudad de la Atlántida también se menciona en el *Timeo*, pero su descripción se encuentra en el *Critias*. En las *Leyes* aparece una tercera ciudad: Magnesia.

La Antigua Atenas fue generada por los hijos gemelos de Zeus (ya se ha dicho que éste representa la unidad divina). Los gemelos, hembra y macho, corresponden respectivamente a los números primos 2 y 3; el hecho de ser números primos muestra que no tuvieron una madre generadora, pues, al ser divisibles sólo por ellos mismos y por la unidad, son realmente una pluralidad de unos y, por ello, relacionados directamente con el dios. Los números 2 y 3 y sus series producen tonos que caen en la misma serie de octavas y de quintas; es decir, no hay posibilidades de cambios (con ellos se puede estar seguro de la paternidad); ése tal vez sea el sentido del decir de Platón que cada generación de individuos dejaba otra igual a ella. En la Atlántida ya no se puede asegurar la permanencia de las generaciones, como se verá.

Con este esquema, Platón ha construido con simplicidad y con elegancia un verdadero sistema tonal; en esta ciudad, sus habitantes comparten mujeres, hijos y propiedades, y ello hace que los cambios se eviten. En esta descripción se desarrolla el sistema de afinación pitagórico, en el cual intervienen los dos primeros números primos, 2 y 3. El 2, como se ha visto, crea la matriz de la octava, de la cual nacen todos los demás tonos, pero, por sí mismo, sólo puede crear ciclos estériles, octavas completas. Los tonos nuevos se introducen por medio del número

3, número masculino divino. Con el 3 se obtiene la escala que tiene la característica de que su arreglo de intervalos es el mismo tanto en sentido ascendente como en sentido descendente.

El número tres genera sólo siete tonos; sin embargo, aun cuando sean “ciudadanos de clase de la más alta propiedad”, la búsqueda de correspondencia con las doce constelaciones y los doce meses lunares hace que se busque cómo dividir la escala en doce tonos, y para ello se requiere introducir otro número non, que se realiza alegóricamente por la construcción de la Atlántida. Platón no está conforme con la Antigua Atenas; quiere una ciudad más unificada y mejor gobernada; una ciudad que se limite a lo esencial.

A diferencia de la Antigua Atenas, donde Hefesto y Atenea fueron generados directamente por Zeus, aquí interviene el principio femenino, el número 2, la madre (Clito), que era mortal. Esto, por un lado, permite generar más tonos (más divisiones de la escala) pero, por otro, ya no se tiene control sobre esa generación. En la isla central proporciona las razones contenidas en el número perfecto 6: en el templo están los dos primeros enteros, 1 y 2; el diámetro de la isla es cinco estadios, es decir 3,000 pies; aquí están contenidos el 3 y el 5. El templo de Poseidón tiene la proporción de la octava en la forma 300:600, cien veces la razón 3:6, que abarca las razones expresadas en la alegoría del matrimonio 3:4:5:6. Hay que recordar que con el 2 y el 3 se obtienen la octava, la quinta y la cuarta, y que con la introducción del cinco se tiene la posibilidad de dividir el intervalo de quinta en terceras mayores y menores (4:5 y 5:6). Es decir, con el 5 se llega a la escala cromática de doce tonos, aunque desigualmente espaciados, para obtener el sistema de afinación justa.

La tercera ciudad platónica es Magnesia, que se describe en las *Leyes*. El país entero se divide en doce partes por líneas radiantes, y en 5,040 porciones también la totalidad. Con este último número, aparentemente arbitrario, se introduce el siete, ya que $5,040 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$; también es el producto de los siete primeros números o, en términos aritméticos, factorial de 7 (7!).

Platón desconfía de la introducción tanto del cinco como del siete, pues sólo el tres produce hijos sin variación, por ser la media aritmética entre la divina unidad y el dos, el círculo sin división; es decir, es el hijo del 1 y el 2. El tres tiene un hermano gemelo, que es la media complementaria de la aritmética, o sea, la armónica.³⁴ Cualquier otra división de la octava, por ejemplo, las que introducen el cinco o el siete, hacen la paternidad incierta.

En síntesis, lo que Platón muestra es que el estudio de la música lleva también al conocimiento de la sociedad humana y, por tanto, a su regulación. Una teoría de la armonía que pretenda ser general, tiene que ser capaz de resolver los conflictos entre sistemas irreconciliables —sea del Sol y los planetas, de intervalos de octava e intervalos de quinta, o de los miembros de una *res publica*. Esta armonización es de importancia vital para que el caos sea derrotado.

³⁴ Para evitar las fracciones, la octava 1:2 se convierte en 6:12, por lo que la media aritmética es 9, y la armónica es el 8. Con esto tenemos la proporción musical 6:8::9:12.